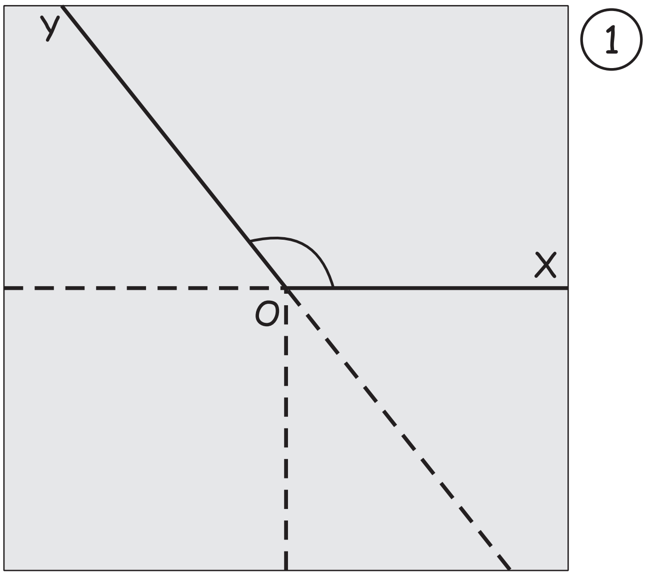
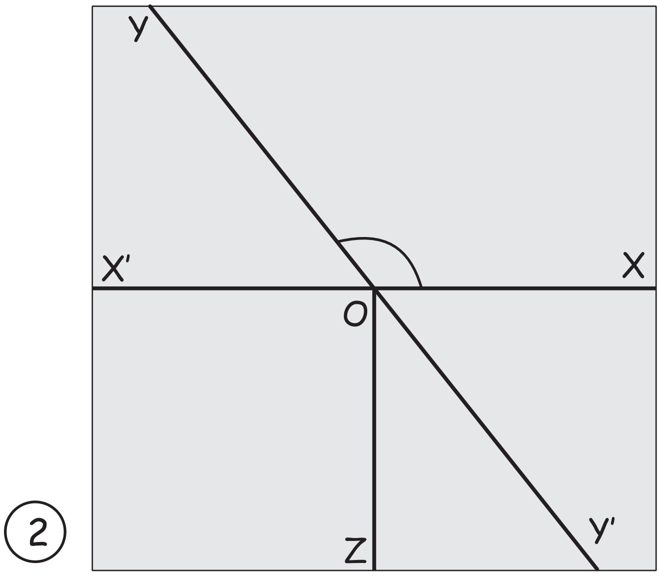
Trisezione di un angolo

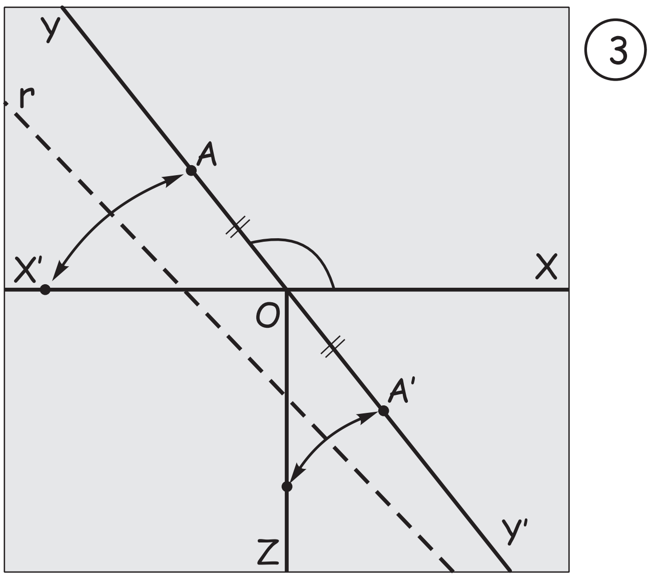
Metodo di J. Justin



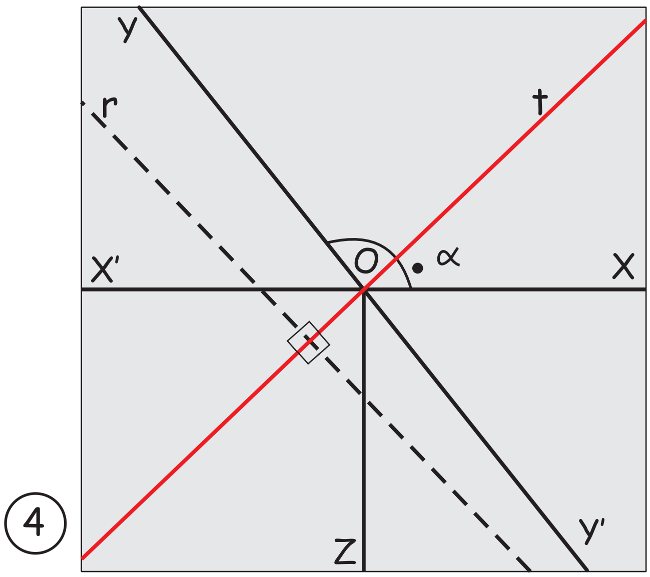
Sia XÔY langolo da trisecare



Piegare per ottenere XX' e YY'
OZ perpendicolare ad XX'



Prendere su YY' un punto A ad arbitrio e costruirne il simmetrico A' rispetto ad O.
Piegare lungo la linea "r" in modo che A cada su XX' ed A' su OZ contemporaneamente.
Questa piega si può fare o usando carta trslucida o tenendo il foglio in controluce.



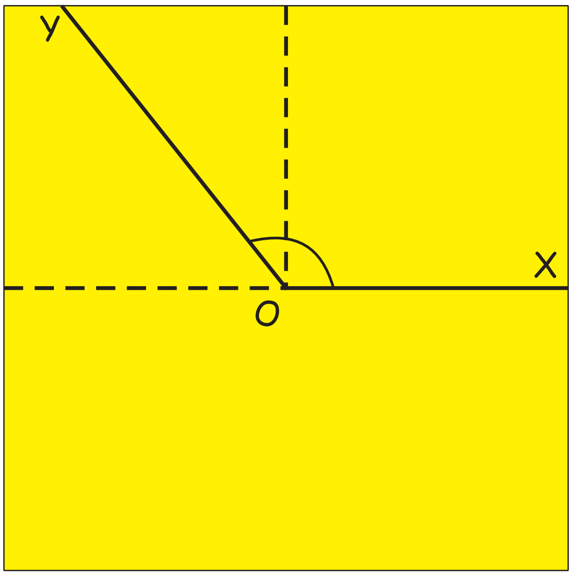
Fare una piega perpendicolare ad r passante per O. Si può fare piegando r su se stessa.
Questa perpendicolare t triseca l'angolo XÔY cioè $\hat{\alpha}$ = 1/3 XÔY.

Tratto da:
"Origami Science & Technology"
Ed. H. Huzita - Padova

Trisezione di un angolo

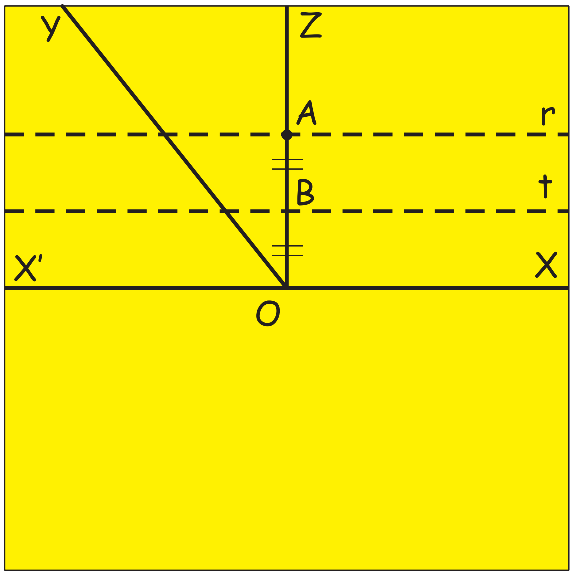
Metodo di H. Abe

1



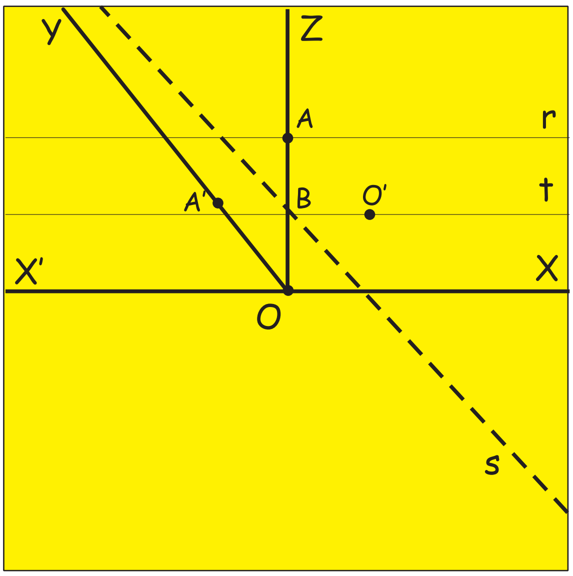
Sia $X\hat{O}Y$ l'angolo da trisecare

2



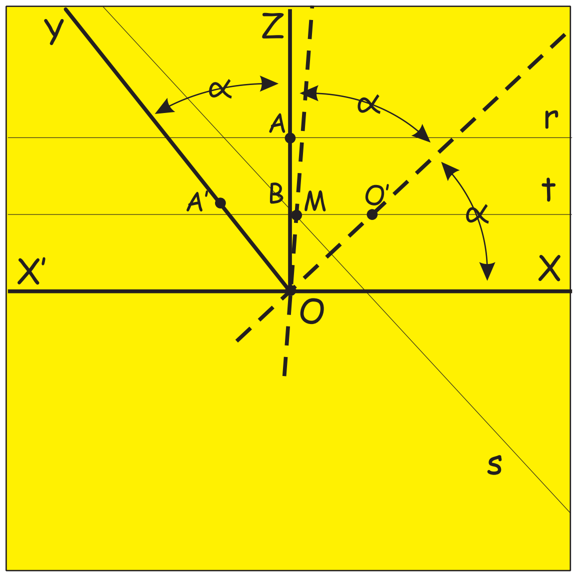
Scegliere su OZ un punto A e piegare la parallela r ad XX' per A. Poi la retta t asse di AO.

3



Piegare lungo la linea "s" in modo che "A" vada su OY ed "O" sulla retta "t" contemporaneamente. Questa piega si può fare o usando carta traslucida o tenendo il foglio di carta in controluce.

4

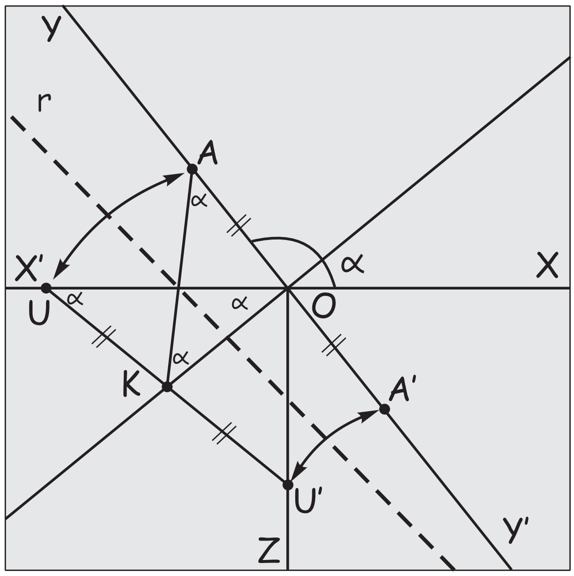


La retta OO' triseca l'angolo dato $X\hat{O}Y$ cioè $\hat{\alpha} = 1/3\ X\hat{O}Y$.
Anche la retta OM, in quanto bisettrice dell'angolo $A'\hat{O}O'$, triseca $X\hat{O}Y$.

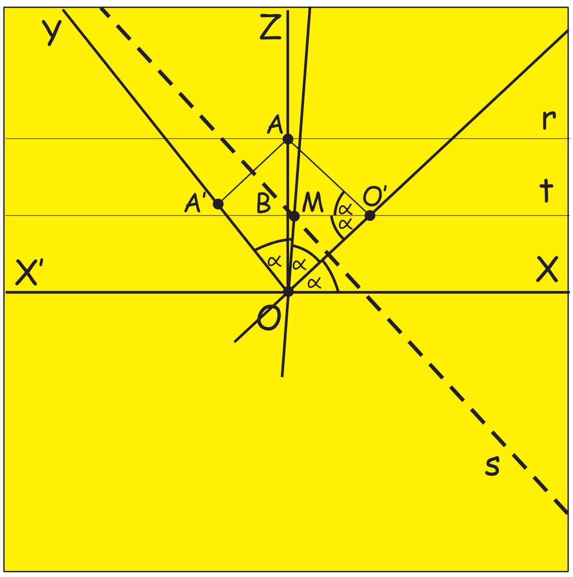
Tratto da "Scienza e gioco"
Ed. Sansoni, 1986.

Dimostrazione della trisezione dell'angolo con il metodo di J. Justin

"Siano U ed U' le posizioni di A ed A' dopo la piega del n 3. Sia k il punto medio di UU'.
Il triangolo $U\hat{O}U'$ è rettangolo perciò
$OK = UK = KU'$ e quindi $K\hat{U}O = U\hat{O}K = \hat{\alpha}$.
Il trapezio AUU'A' ammette la retta "r" come asse di simmetria perciò $K\hat{A}O = A\hat{K}O = \hat{\alpha}$.
Considerando il triangolo $K\hat{A}O$ si ha:
$K\hat{A}O + K\hat{O}U + A\hat{K}O + A\hat{O}U = \pi$ cioè
$3\hat{\alpha} + A\hat{O}U = \pi$ quindi $3\alpha = \pi - AO\hat{U} = XO\hat{Y}$
cioè $3\alpha = X\hat{O}Y$ e $\hat{\alpha} = X\hat{O}Y/3$ per cui abbiamo trisecato $X\hat{O}Y$."



Dimostrazione della trisezione dell'angolo con il metodo di H. Abe



"Siano A' ed O' le posizioni di A ed O dopo la piega del n. 3.
$X\hat{O}O' = O\hat{O}'A'$ perché alterni interni,
$O\hat{O}'M = M\hat{O}O'$ in quanto la retta s è asse di simmetria per la figura ed il triangolo OMO' è isoscele.
$O\hat{O}'M = M\hat{O}'A$ in quanto si trova sulla retta t che è asse del segmento AO.
Il trapezio AA'OO' ammette, come gia' detto, la retta "s" come asse di simmetria.
Perciò $M\hat{O}A' = M\hat{O}'A$.
Si ha allora che per quanto detto sopra tutti gli angli della figura a fianco segnati con α sono uguali fra loro. Da ciò risulta che $\hat{\alpha} = 1/3\ X\hat{O}Y$"

Il problema della trisezione di un angolo così come quello della duplicazione del cubo, è un problema di terzo grado pertanto non risolvibile con gli strumenti classici della geometria euclidea cioè riga (non graduata) e compasso.
La geometria origami riesce però a risolvere il problema!

Equazione di terzo grado

di Humiaki Huzita

Consideriamo un'equazione di 3° grado nella sua forma generale:

$a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0$dividendo per a_0 si ha

$x^3 + a_{1/}\, a_0x^2 + a_{2/}\, a_0x + a_{3/}\, a_0 = 0$per comodità scriveremo

(1) $x^3 + ax^2 + bx = -c$

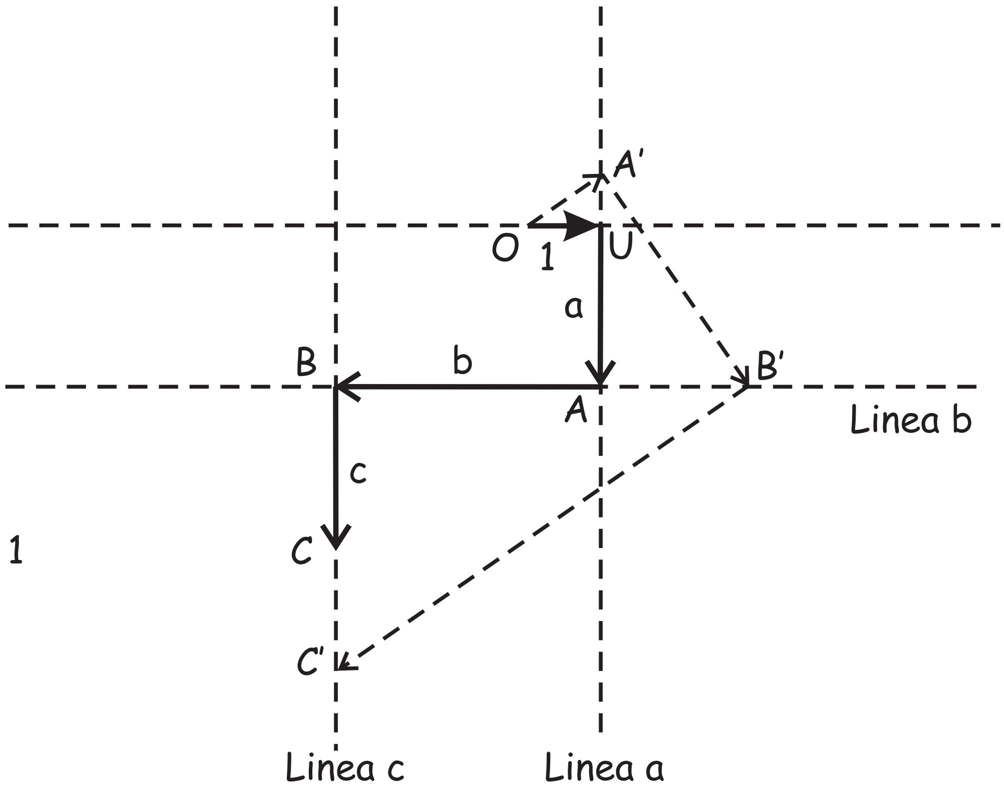


Fig. 1

Partendo dal punto O, prendiamo un segmento unitario OU a destra.
Ruotiamo di 90° verso destra e prediamo un segmento lungo a = UA poi ruotiamo di 90° verso destra e prendiamo un segmento lungo b = AB.
Infine ruotiamo verso sinistra di 90° e costruiamo c = BC.
Ora partendo dal punto O tracciamo una linea retta con una certa inclinazione.
L'intersezione di questa retta con la linea "a" sia A'.
Poi giriamo verso destra di 90° e proseguiamo verso la linea b. Sia B' questa intersezione. Da B' ruotiamo sempre verso destra e incrociamo la linea "c" in C'.
Supponiamo che con questo gioco di rimbalzi C' vada a cadere esattamente su C (Fig. 2).

Allora i tre triangoli OUA', A'AB' e B'BC, come si dimostra facilmente, sono simili.
Perciò chiamando UA' =x e B'A = y si ha:
$1/x = (x+a)/y = y+b/c$ dalle quali abbiamo
$y = x^2 + ax$ e poi $c = x^3 + ax^2 + bx$ quindi
$x = A'U$ è una soluzione reale della (1).
Il problema ora è come possiamo colpire il punto "c"? La geometria euclidea, come è noto non può dare risposta. Ma quella dell'origami si'!"
Costruiamo, tramite piegatura, le rette r // a e distante 1 da a , ed s // b e distante c da b.
Ora occorre piegare facendo andare il punto "O" su r e contemporaneamente "c" su "s" e si ottiene x = ua'.
A volte esiste una sola soluzione, a volte tre.
La soluzione di equazioni di terzo e quarto grado col metodo del ripiegamento della carta è stata scoperta dalla Prof.ssa Margherita Beloch Piazzolla dell'Università di Ferrara nel 1935. Il suo lavoro è stato recentemente riscoperto e rielaborato dal prof. Humiaki Huzita e da altri matematici.
Per un eventuale approfondimento si veda la bibliografia.

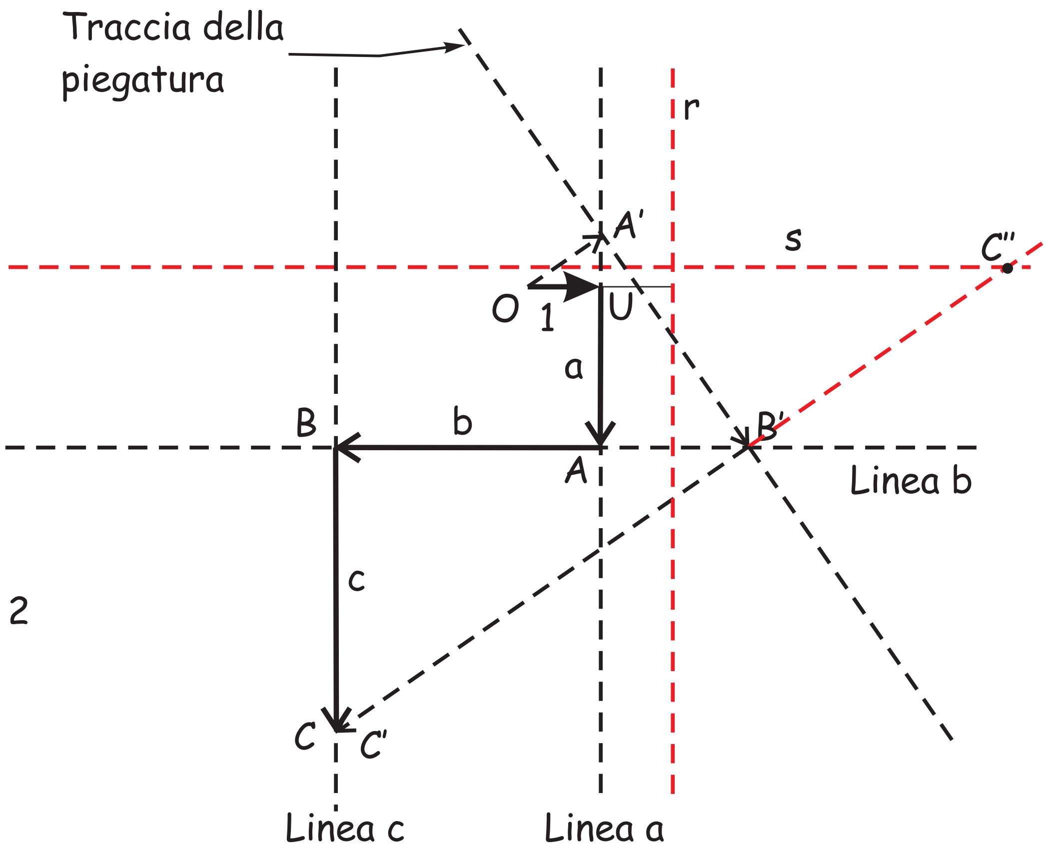


Fig. 2