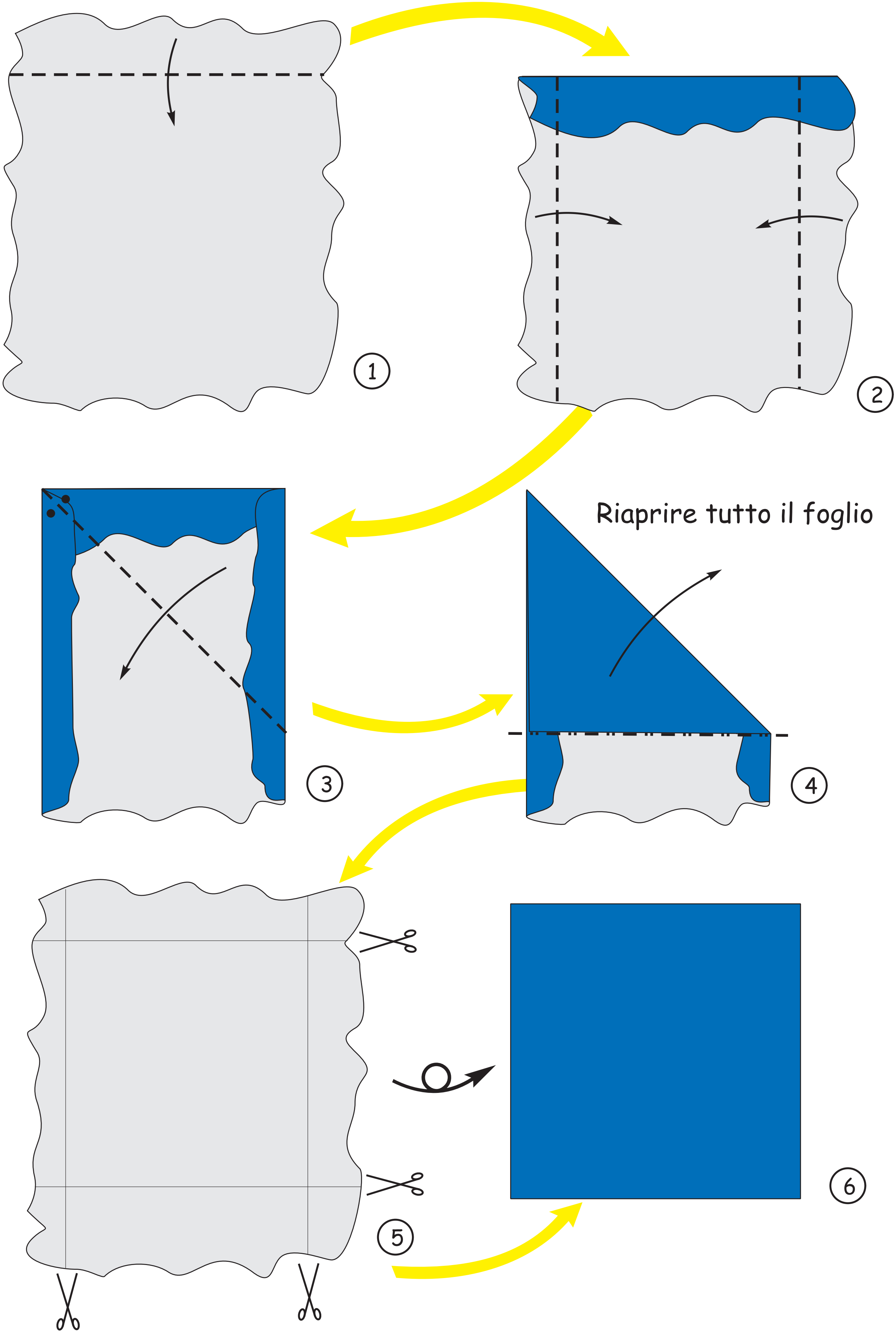
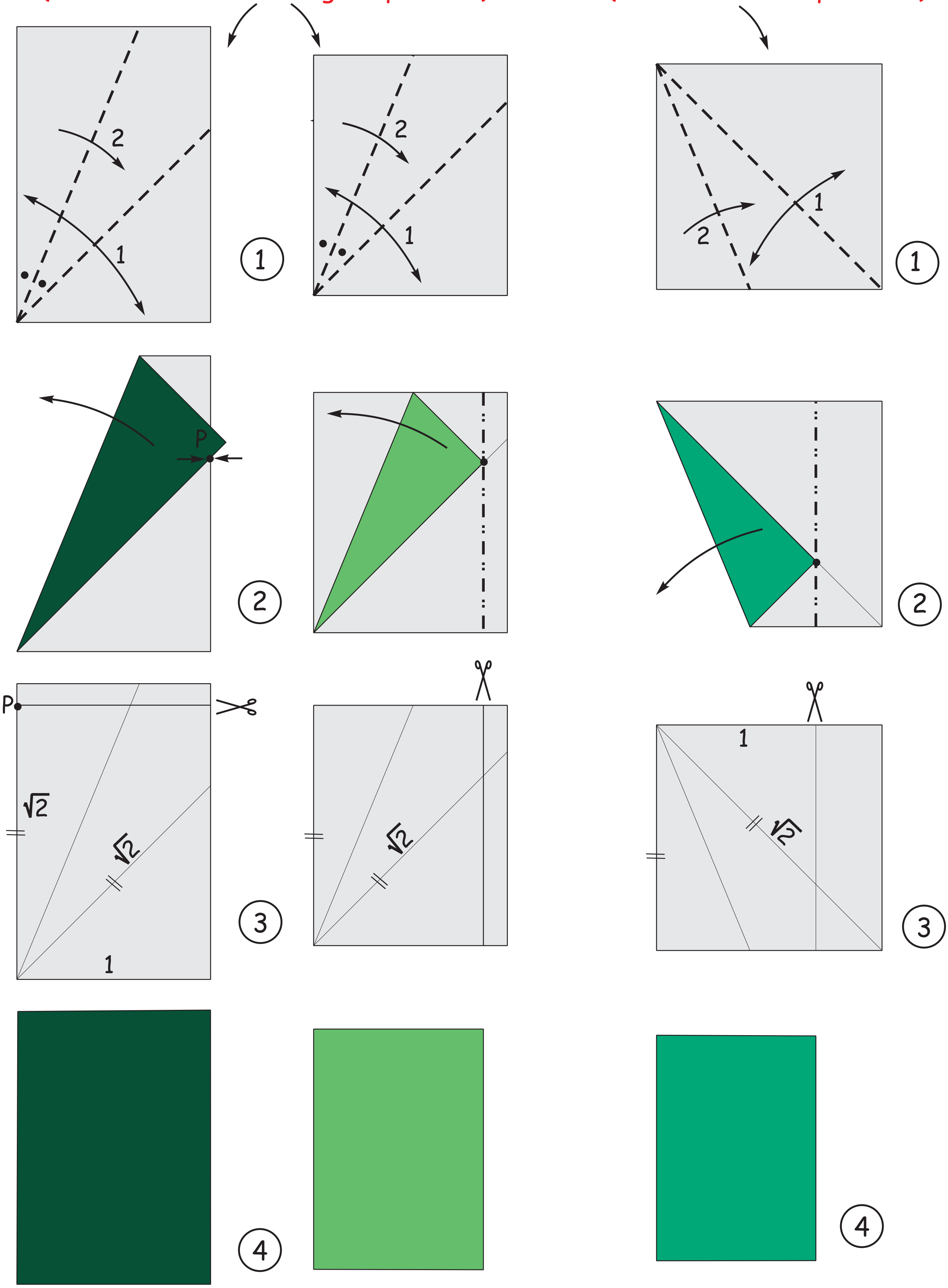
Quadrato

(Ottenuto da un foglio di carta qualsiasi)



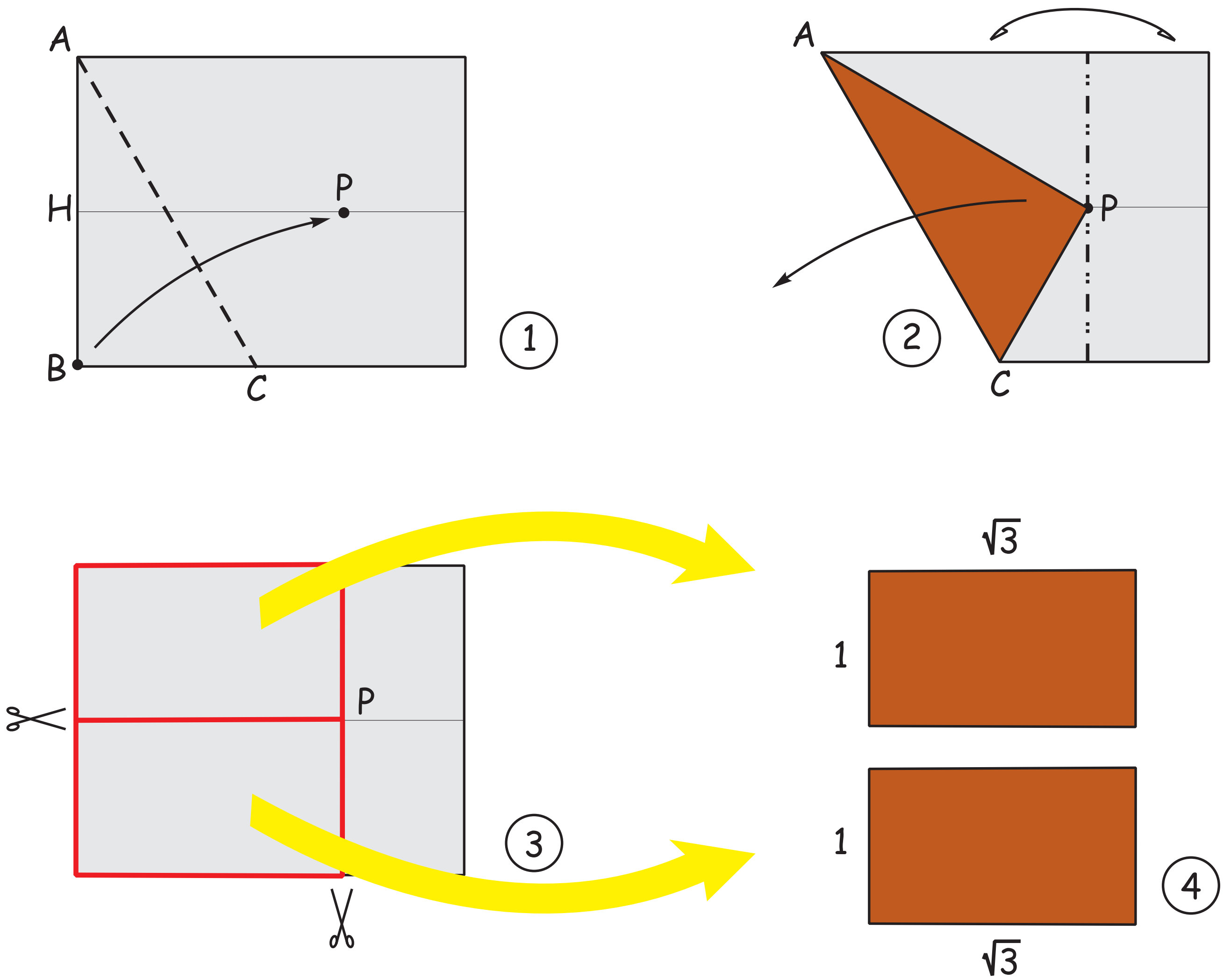
Rettangolo 1x$\sqrt{2}$

(Ottenuto da un rettangolo qualsiasi) (Ottenuto da un quadrato)



Rettangolo 1x$\sqrt{3}$

(Ottenuto da un foglio rettangolare qualsiasi)



Dimostrazione:

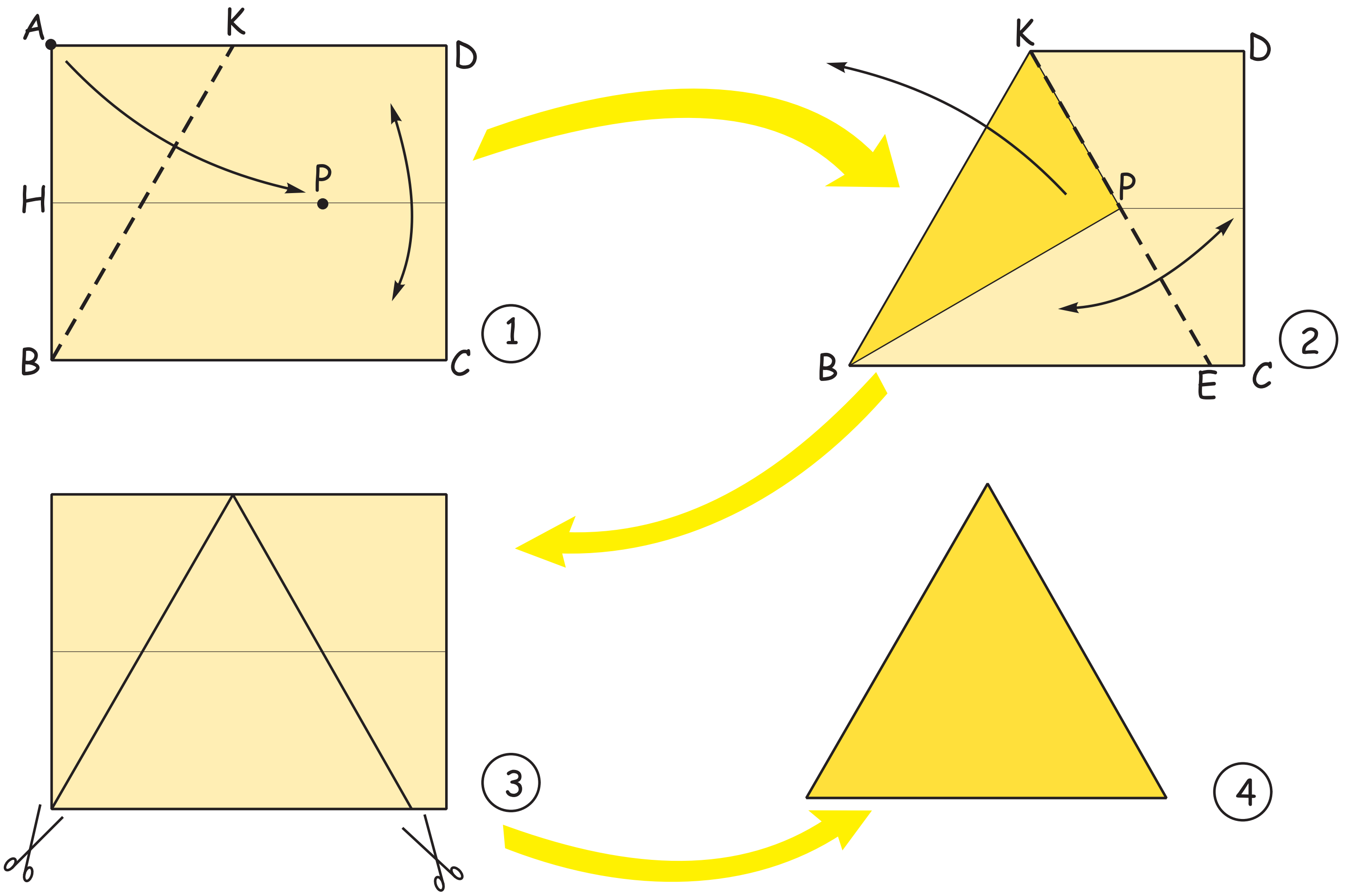
"Il punto "P" si trova sull'asse di AB quindi equidistante dagli estremi del segmento. Allora PB = AP " (Fig. 1)

Per costruzione il segmento AB è uguale al segmento AP (Fig. 2) e per la proprietà transitiva dell'uguaglianza si ha: PB = AP & AP = AB quindi PB = AB. Di conseguenza AB = PB = AP ed il triangolo $A\widehat{B}P$ risulta così equilatero.

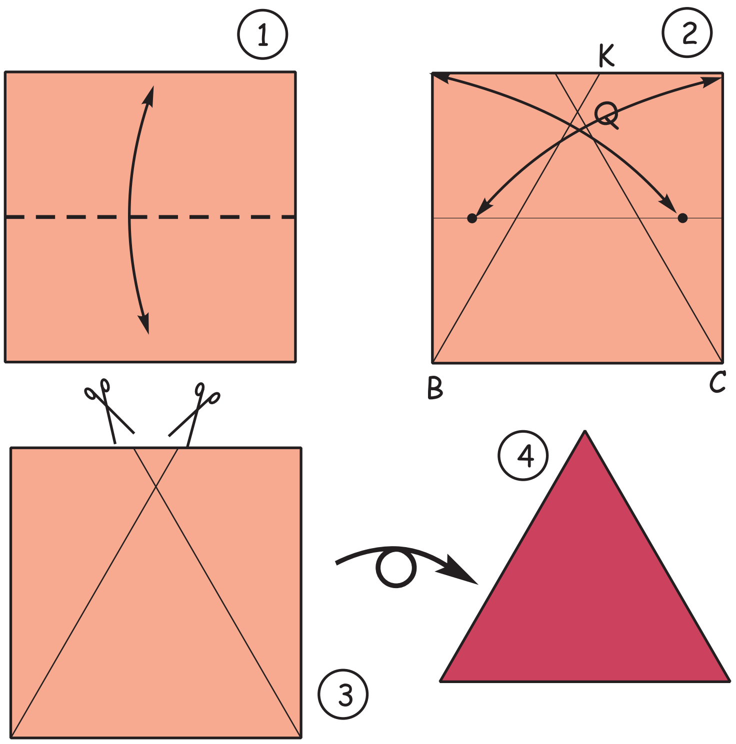
Il segmento HP risulta essere l'altezza di tale triangolo HP = HB x$\sqrt{3}$ quindi HB = 1 e HP = $\sqrt{3}$."

Triangolo equilatero

(Ottenuto da un foglio rettangolare qualsiasi)



(.....e da un foglio quadrato)



1^ dimostrazione:

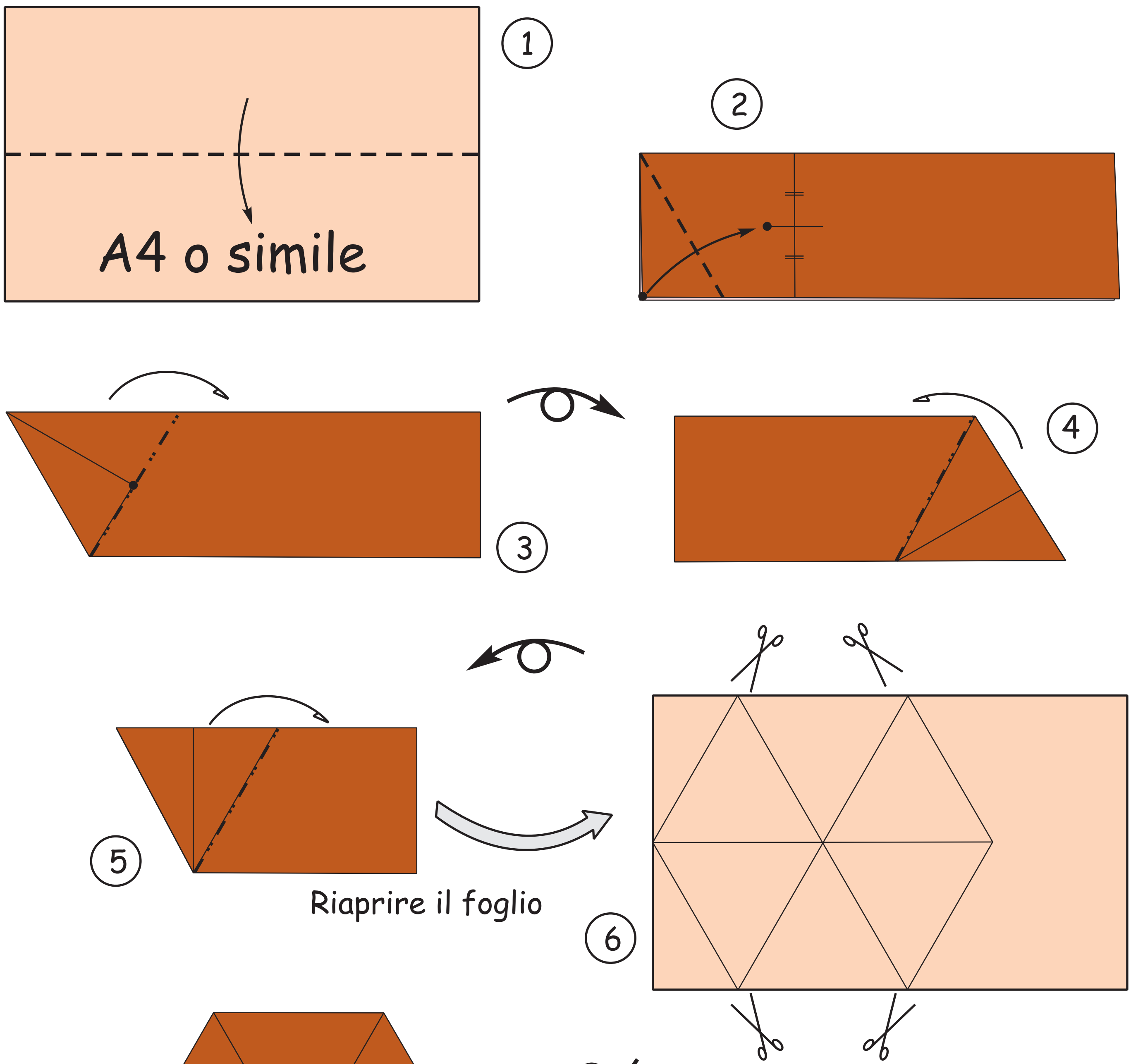
"P si trova sull'asse di AB quindi AP = PB. Per costruzione AB = BP ed il segmento BK è asse di AP quindi il triangolo $\overset{\triangle}{APB}$ è equilatero in quanto AB = PB = AP e l'angolo $A\hat{B}K$ = 30° e quindi $K\hat{B}C$ = 60° e $A\hat{K}B$ = 60°. (Fig. 1)
La piega di Fig. 2 risulta essere la bisettrice di $B\hat{K}D$ quinsi $B\hat{K}D$ = 60° e di conseguenza anche $B\hat{E}K$ = 60°.
Se ne deduce che anche il triangolo $\overset{\triangle}{BEK}$ è un triangolo equilatero"

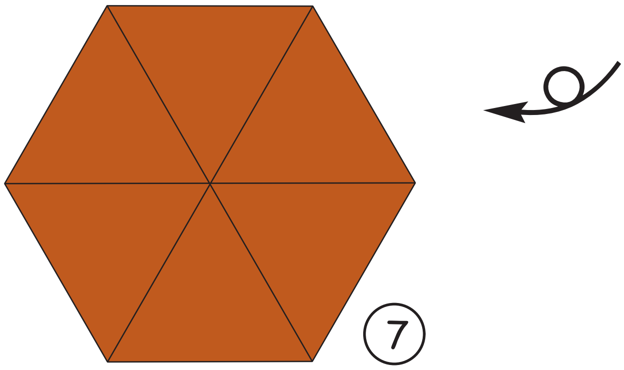
2^ dimostrazione:

"Per la dimostrazione sopra $K\hat{B}C$ = 60° $B\hat{C}K$ = 60° quindi anche $B\hat{Q}C$ = 60° ed il triangolo risulta essere equilatero"

Esagono regolare

(Ottenuto da un foglio rettangolare di dimensioni 1 x$\sqrt{2}$)

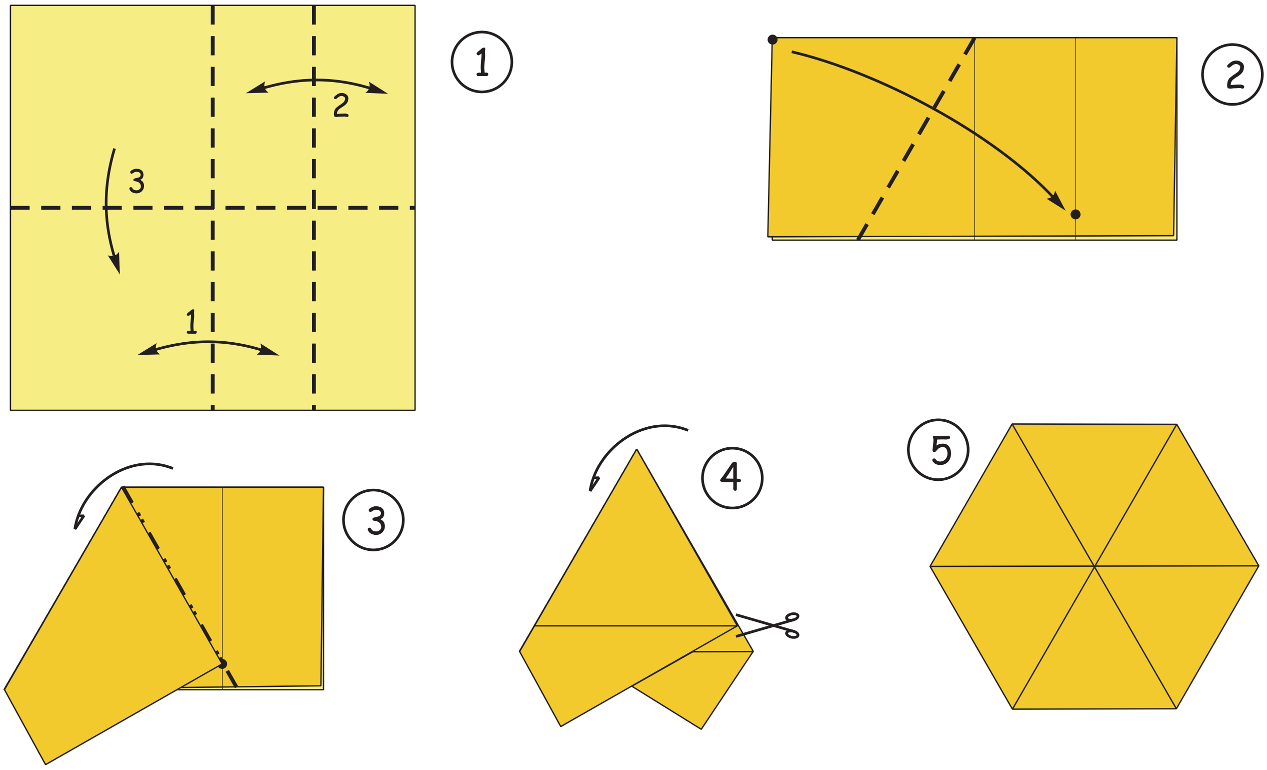




Metodo tradizionale

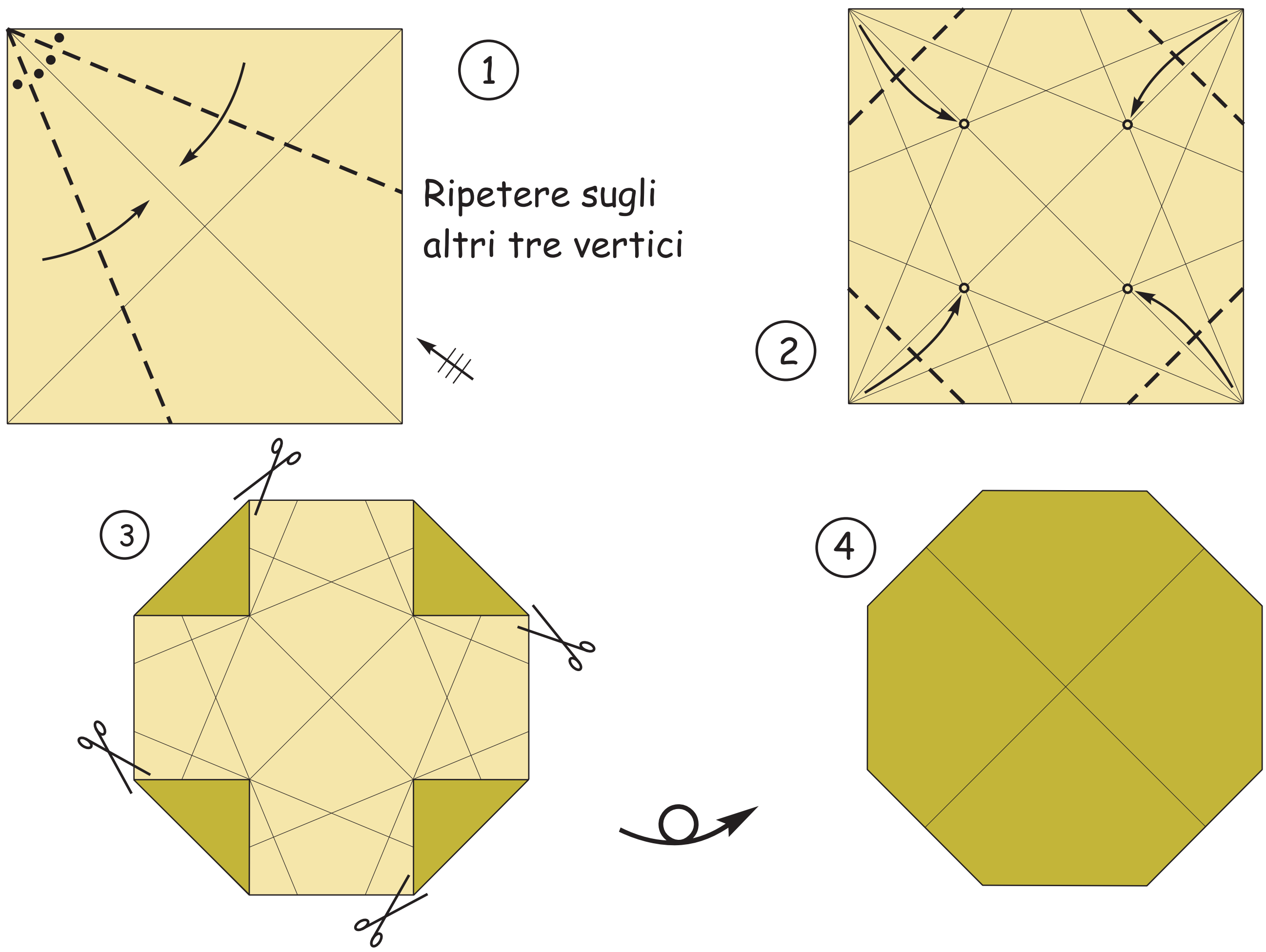
Esagono regolare

(Ottenuto da un foglio quadrato - costruzione matematicamente esatta)



Ottagono regolare

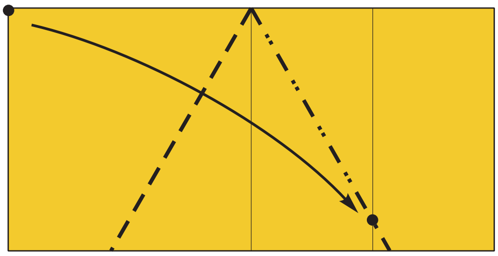
(Ottenuto da un foglio quadrato - costruzione matematicamente esatta)



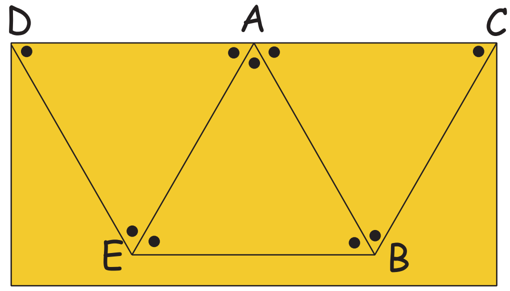
Dimostrazione esagono regolare:

"Le pieghe della Fig. 1 producono le tracce della Fig. 2. Dalla costruzione della figura si ricava che:
$AD = AC$
$AD = AB$
$D\hat{A}E = E\hat{A}B$
Il punto B si trova sull'asse di AC quindi $AB = BC$ quindi $AC = BC = AB$ ed il triangolo $A\hat{B}C$ è equilatero pertanto $B\hat{A}C = 60°$ così pure $A\hat{B}C$ ed $A\hat{B}E$ alterno interno con $B\hat{A}C$.
Per simmetria anche $D\hat{E}A = E\hat{A}B = A\hat{E}B = 60°$
Per simmetria quindi l'intero esagono risulta equilatero e quindi è regolare."

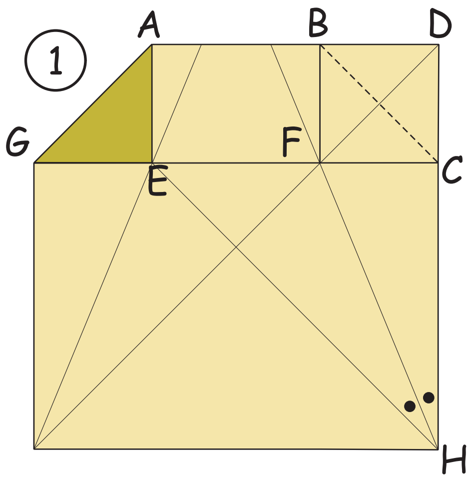
1



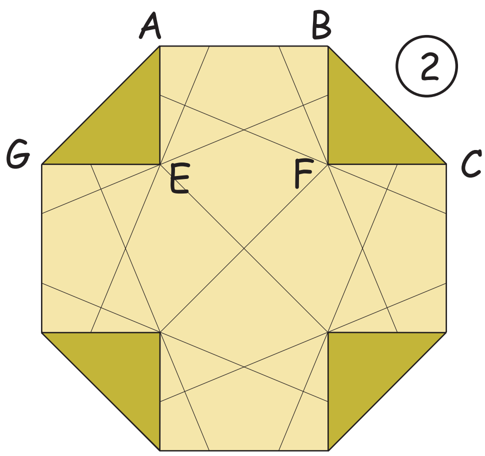
2



Dimostrazione ottagono regolare:



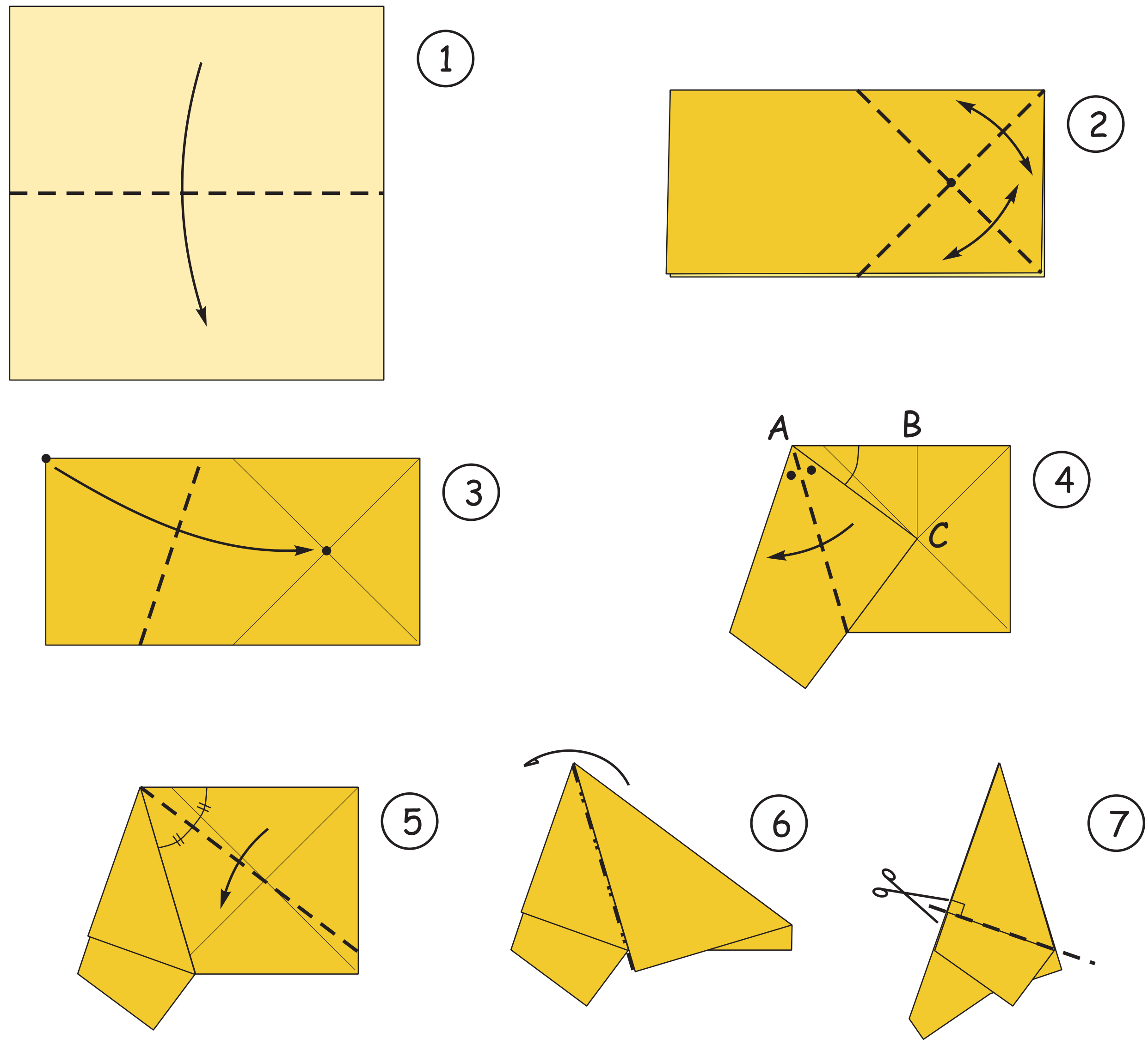
"Il segmento BC risulta essere uguale al segmento FD in quanto diagonali del quadrato BDCF.
Nella prima piega fatta cioè HD su EH si ha che per simmetria il segmento $FD = EF = AB$ ma $FD = BC$ quindi $AB = BC = AG$... Pertanto il poligono è equilatero. (Fig. 1)

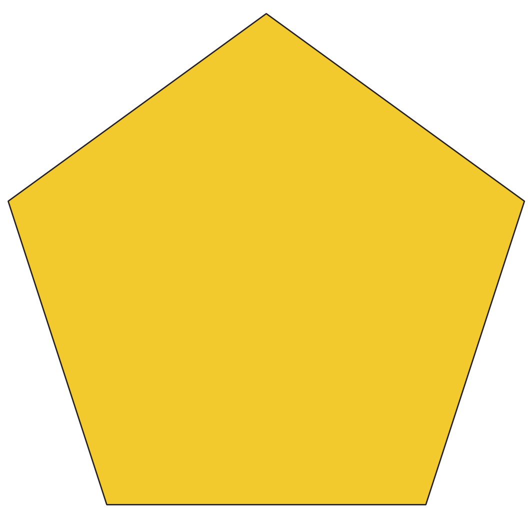


Gli angoli dell'ottagono sono formati (Fig. 2) da un angolo retto $E\hat{A}B$ (ad esempio) più un angolo di 45° del triangolo ripegato (isoscele rettangolo).
Pertanto ogni angolo dell'ottagono è uguale a 135° e quindi il poligono risulta essere anche equiangolo perciò è regolare."

Pentagono irregolare

(Ottenuto da un foglio quadrato - metodo tradizionale giapponese)





Dimostrazione:

"Dalla Fig. 4 si ha:

BC = 1/4, per il teorema di Pitagora si ricava che AB = 1/3 quindi

$C\hat{A}B = \mathrm{arctg}[(1/4)/(1/3)] = \mathrm{arctg}(3/4) \neq 36°$

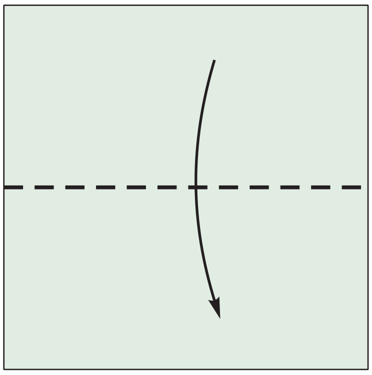
quindi il pentagono che ne deriva é irregolare. Tuttavia per l'utilizzo pratico questo metodo assicura una soddisfacente approssimazione."

Sezione aurea

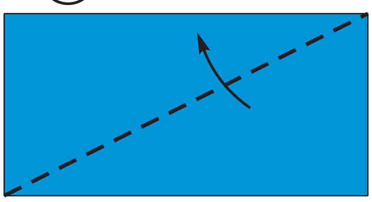
(Da "Origami Omnibus" di K. Kasahara)

AB = 1

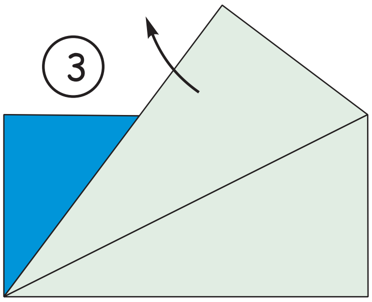
1



2

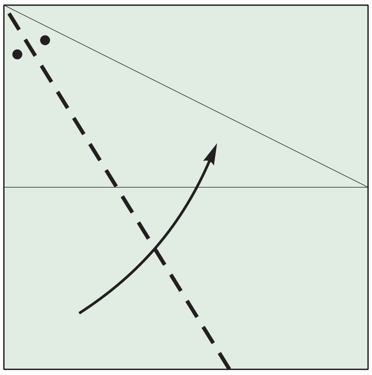


3



Riaprire il foglio

4



Se consideriamo il segmento unitario AB e lo dividiamo in due parti tali che la parte maggiore sia media proporzionale fra la parte minore e l'intero segmento otteniamo:

AP = x; AB = 1; Pb = 1-x

$1 : x = x : (1-x)$ e quindi

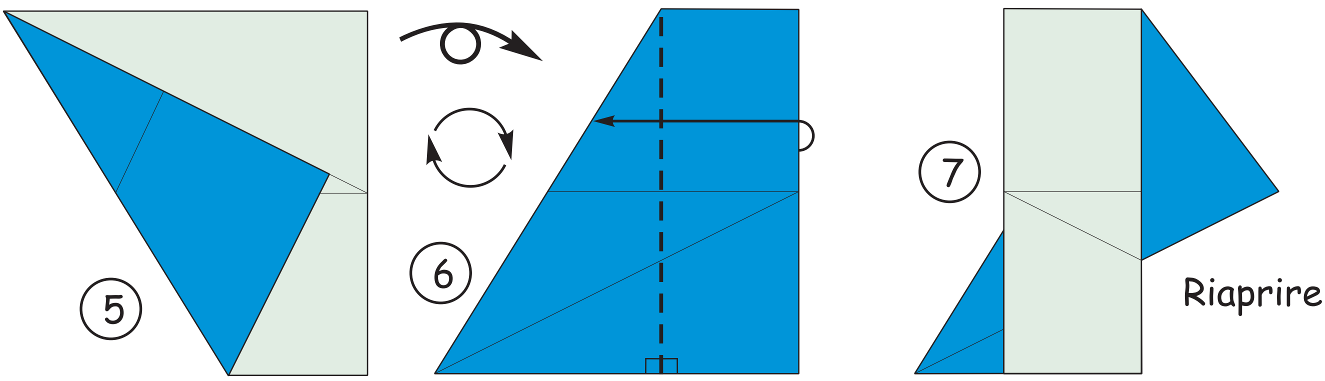
$x^2 + x - 1 = 0$ da cui

$x = (\sqrt{5} - 1)/2$

AP è detta

SEZIONE AUREA di AB ed il rapporto AB/AP = 1/x $= (\sqrt{5} + 1)/2 = \alpha$ è detto RAPPORTO AUREO o IDEALE.

La "DIVINA PROPORZIONE"



5

6

7

Riaprire

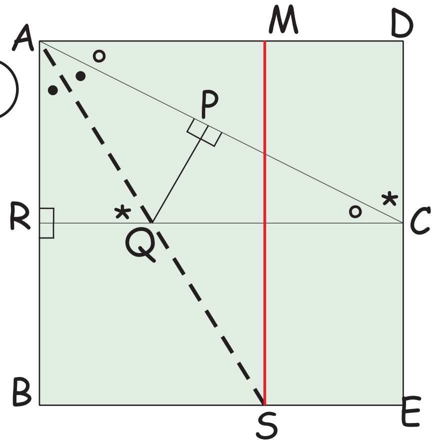
Dimostrazione:

"Dalla Fig. 8 e dal fatto che AD = 1 CF = $\frac{1}{2}$ si ha $AC = \sqrt{1 + 1/4} = \sqrt{5}/2$ PC = AC - AP = AC - AR = $\sqrt{5}/2 - \frac{1}{2} = (\sqrt{5} - 1)/2$. Considero i triangoli simili $A\hat{D}C$ e $Q\hat{P}C$. Si ha $1 : \frac{1}{2} = (\sqrt{5} - 1)/2 : PQ$ quindi $PQ = RQ = (\sqrt{5} - 1)/4$

Considero ora i triangoli simili $A\hat{B}S$ e $A\hat{R}Q$. Si ha $1 : BS = \frac{1}{2} : (\sqrt{5} - 1)/4$; $BS = (\sqrt{5} - 1)/2 \sim 0{,}618$.

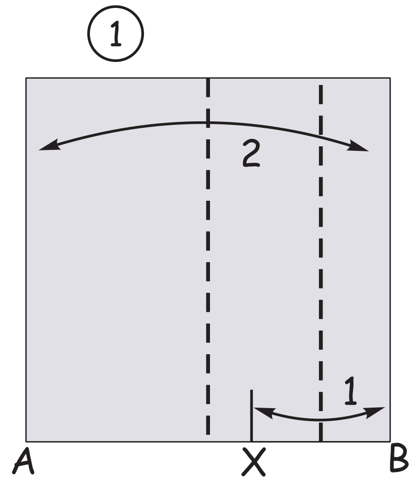
Pertanto $BS = (\sqrt{5} - 1)/2$ risulta essere la SEZIONE AUREA di BE ed il rettangolo BSMA è un RETTANGOLO AUREO.

8

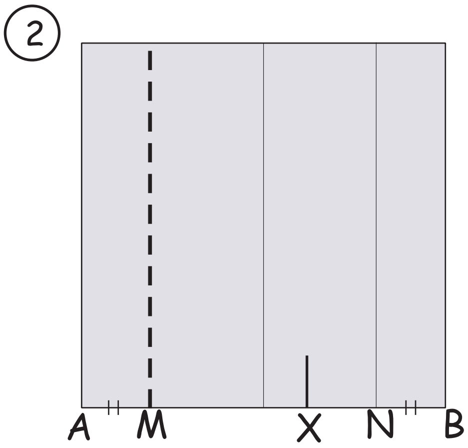


Pentagono regolare

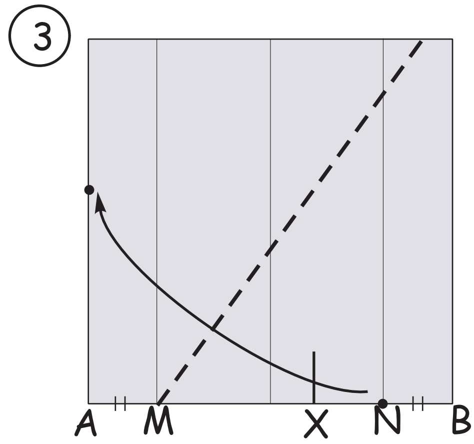
(Da "Geometric Exercises in paperfolding" di T. Sundara Row)

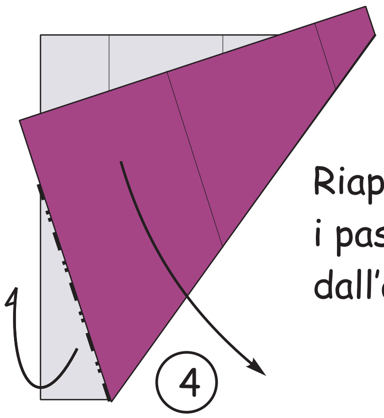


"AX sezione aurea di AB"

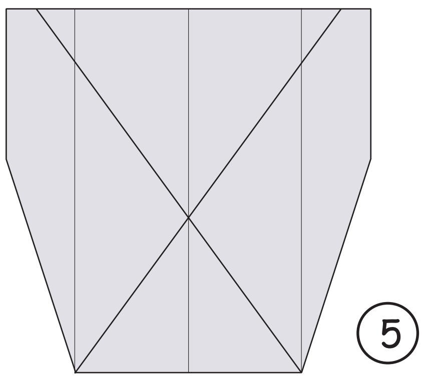


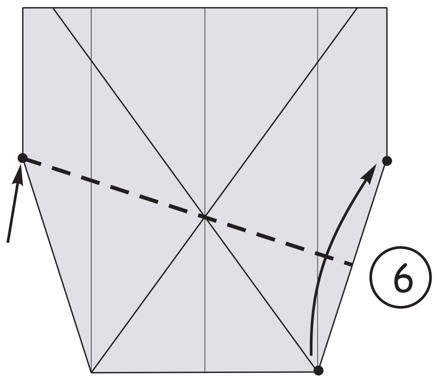
"MN è il lato del pentagono"

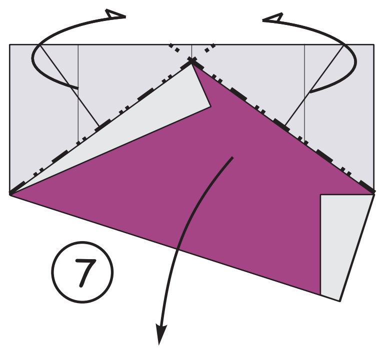




Riaprire e ripetere i passaggi 2 e 3 dall'altra parte.







Per la dimostrazione vedi il testo da cui è tratto.

Tratto da:
"Geometric Exercises in paperfolding"
Di T.Sundara Row
Dover